EINE NEUE METHODE

ZUR MESSUNG VON

INDUCTIONSCOËFFICIENTEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

EINER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT (II. SECTION)

DER

KGL. LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT

VON

HUGO ANDRIESSEN.

MIT SECHS TAFELN.

KÖLN,
DRUCK VON M. DUMONT SCHAUBERG.
1896.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534911_0054

Meinen lieben Eltern

in dankbarer Verehrung

gewidmet.

Eine neue Methode zur Messung von Inductionscoëfficienten.

Die vielen Methoden, die bisher zur Messung von Inductionscoëfficienten ausgearbeitet wurden, erfüllen durchaus noch nicht ihren Zweck. Je nachdem eine Drahtrolle geringe oder grosse Inductionscoëfficienten und geringen oder grossen Widerstand besitzt, ist man auf ganz verschiedene Methoden und Apparate angewiesen, die durchaus noch nicht immer grosse Genauigkeit gewährleisten. Ferner sind die zur Bestimmung von Inductionscoëfficienten gebräuchlichen Methoden so zeitraubend und schwierig, dass sie sich in der Praxis nicht bewährt haben.

Da ist in erster Linie Maxwell[1]), welcher den Weg zur Messung von Inductionscoëfficienten zeigte. Seine Methode, die darin besteht, dass man in einer verzweigten Leitung den Ausschlag eines Galvanometers durch den in der Rolle mit Selbstpotential beim Unterbrechen des Hauptstromkreises entstehenden Extrastrom einer Messung unterzieht, hat den meisten, die dieses Gebiet bearbeitet haben, zum Vorbild gedient. Allerdings lässt sie nur die Messung von Rollen zu, die bei grossem Selbstpotential nicht zu grossen Widerstand haben. Zeitraubend ist bei dieser Methode die Bestimmung der Stromstärke und der Constanten des Galvanometers.

Culmann[2]), Dorn[3]) und Rayleigh benutzten diese Anordnung, die Rayleigh noch dadurch vereinfachte, dass er an Stelle der Bestimmung der Stromstärke und der Constanten des Galvanometers den durch einen kleinen Zusatzwiderstand

[1]) Maxwell: Electricity and Magnetism. 1873.

[2]) Culmann: Eine neue Methode zur experimentellen Bestimmung des Selbstpotentials einer Spirale. Beiblätter IX. Band.

[3]) Dorn: Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten. Siehe: Kohlrausch, praktische Physik.

in einem der Brückenzweige bewirkten dauernden Ausschlag bestimmte und die Gleichung des Systemes hiernach umgestaltete.

Carey Foster [1]) misst die gegenseitige Induction zweier Rollen durch den Galvanometerausschlag im secundären Stromkreise beim Unterbrechen des primären Stromkreises. Es wurden noch einige Methoden ausgearbeitet, um die Bestimmung der Galvanometerconstanten zu umgehen.

Sumpner [2]) fügt zu der von Maxwell angegebenen Messung noch eine weitere Ausschlagmessung, wenn an den dem Zweige mit Selbstinduction gegenüberliegenden Zweige der Brückenschaltung ein Condensator von bekannter Grösse angeschaltet war. Klemenčič [3]) hingegen schaltete zu dem zu messenden Selbstpotential einen Magnetinductor.

Zunächst waren die Windungen dieses Inductors bifilar verbunden und der Galvanometerausschlag beim Unterbrechen des Stromes entstand nur durch das Selbstpotential der zu messenden Rolle. Dann schaltete er die Inductorspulen unifilar, führte den Magneten in dieselben ein, wodurch ein zweiter Ausschlag entstand. Aus der Grösse dieser beiden Ausschläge berechnete er die Grösse des Selbstpotentials.

Wesentlich empfindlichere Anordnungen bahnte Hertz an, indem er durch geeignete Unterbrechungs- und Umschaltevorrichtungen den Galvanometerausschlag vergrösserte [4]). Wir finden hier schon die Grundzüge zu dem sogenannten Doppelcommutator, der von Ayrton und Perry [5]) noch weiter ausgebildet und in der erforderlichen Schaltung zu einem Apparat zusammengestellt wurde, der unter dem Namen Secohmmeter schon zu Messungen von Selbstpotentialen Benutzung fand.

Auch Himstedt [6]) vergrösserte die Ausschläge durch geeignete Umschaltevorrichtungen bei der schon erwähnten von Rayleigh vereinfachten Maxwellschen Methode. Das Differentialgalvanometer diente nach dem Vorgehen von

---

[1]) Carey Foster: Ueber eine Methode, den Coëfficienten der Induction zweier Spiralen aufeinander zu messen. Beibl. XI, 1886.

[2]) Sumpner: Die Aenderung der Inductionscoëfficienten. Beibl. XII, 1888.

[3]) Klemenčič: Zur Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten einer Drahtrolle. Wied. Ann. XLVI, 1892.

[4]) Hertz: Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung. Wied. Ann. X. Bd. 1880.

[5]) Ayrton und Perry: Coefficient de Self-Induction et d'Induction mutuelle. La lumière électrique, XXIV, 1887. Ferner: Kittler, Handbuch der Elektrotechnik.

[6]) Himstedt: Ueber die Bestimmung der Selbstinductionscoëfficienten von Drahtspulen. XXX. Bericht der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde zu Giessen.

Edlund auch Herwig [1]), Kohlrausch [2]) und Sahulka [3]) zur Bestimmung von Selbstinductionscoëfficienten, indem sie die beim Unterbrechen des Hauptstromkreises entstehende Elektricitätsmenge beobachteten. Als Stromquelle benutzte Kohlrausch inducirte Ströme. Die gegenseitige Induction L_1 und L_2 bestimmte Sahulka durch die Hintereinanderschaltung derselben in doppelter Weise in einen Zweig des Differentialgalvanometers. Er erhielt die Ausschläge α und β

$$\left.\begin{aligned} L_1 + L_2 + 2M &= \alpha \\ L_1 + L_2 - 2M &= \beta \end{aligned}\right| \quad M = \frac{\alpha - \beta}{4};$$

Linde [4]) fügte zu der Rolle, deren Selbstpotential er messen wollte, in einen Zweig der Brücke eine Tangentenbussole. Indem er nun den Ausschlag der Tangentenbussole bei abgeglichener Brücke und den durch eine Verschiebung des Brückencontactes hervorgerufenen momentanen Ausschlag beobachtete, erhielt er Werte, die die Grösse des Selbstpotentials zu bestimmen gestatteten.

Die Eigenschaft des Dynamometers, dass es auch bei einer Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ keinen Strom anzeigt, wenn die innere Rolle in der Brücke selbst, die äussere Rolle im Hauptstromkreise liegt, wurde zunächst von Oberbeck [5]) zur Messung von Inductionscoëfficienten verwandt. Die Methode leidet an der Schwierigkeit, dass genau sinusartige Schwingungen verwendet werden müssen, und dass eine genaue Zeitmessung erforderlich ist. Ausserdem musste, wie Troje [6]) gezeigt hat, das Selbstpotential der vom Strome durchflossenen Dynamometerrolle in Rechnung gezogen werden. Es arbeiteten noch nach dieser Methode von Wyss [7]), Puluj [8]) und Troje [9]), von denen letzterer recht gute Resultate hatte. Nicht weniger Schwierigkeiten, als die im Vorhergehenden angeführten Me-

[1]) Herwig: Ueber Extraströme in Seiten verschiedener Dicke. Wied. Ann. VII, 1879.

[2]) Kohlrausch: Bestimmung der Selbstinduction eines Leiters mittels inducirter Ströme. Wied. Ann. XXXI, 1887.

[3]) Sahulka: Bestimmung der Coëfficienten der Selbstinduction und gegenseitigen Induction. Elektrotechnische Zeitschrift, XII, 1891.

[4]) Linde: Methode zur Bestimmung des Selbstpotentials. Beibl. Bd. XVI.

[5]) Oberbeck: Ueber elektrische Schwingungen mit besonderer Berücksichtigung ihrer Phasen. Wied. Ann. XVII, 1882.

[6]) Troje: Zur Bestimmung des Coëfficienten der Selbstinduction mit Hülfe des Elektrodynamometers. Ann. der Physik und Chemie. XLVII. Bd. 1892.

[7]) Von Wyss: Eine Methode zur experimentellen Bestimmung des Selbstpotentials einer Spirale. Beibl. X, 1886.

[8]) Puluj: Elektrotechnische Zeitschrift, XII, 1891.

[9]) Troje: A. a. O.

thoden bereiten die folgenden Nullmethoden, die nur zum Vergleich von Inductionscoëfficienten dienen und die ebenfalls zuerst von Maxwell berechnet wurden. Zur Vergleichung von gegenseitigen Potentialen gibt Maxwell [1]) folgende Schaltung an: Die beiden äusseren Rollen von zwei Rollenpaaren sind mit zwei Widerständen R und S hintereinander geschaltet. Zwischen R und S einerseits und den beiden Rollen andererseits ist das Galvanometer verbunden. Wenn nun R und S solange geändert werden, bis beim Unterbrechen des Stromes, der die inneren Rollen durchfliesst, das Galvanometer keine Ablenkung mehr zeigt, so ist: $M_1 : M_2 = R : S$.

Zur Vergleichung eines Selbstpotentials mit einem gegenseitigen Potential schaltet man nach Maxwell die eine Rolle in einen Zweig der Brücke, während die andere vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die Widerstände so abgeglichen sind, dass kein Strom in der Brücke ist, ergibt sich eine einfache Beziehung zwischen M und L. Nötigenfalls kann man dem Hauptstromkreise noch einen veränderlichen Widerstand parallel schalten. Das Verhältnis von zwei Selbstpotentialen lässt sich nach Maxwell durch doppelte Widerstandsabgleichung bestimmen, die bewirkt, dass bei constantem und variablem Strome kein Ausschlag mehr erfolgt. Es verhalten sich dann die Potentiale wie die Widerstände. Nach dieser Methode arbeitete Nipkow [2]) und Lorenz [3]), welcher anstatt des Galvanometers das weit empfindlichere Telephon benutzte; doch konnten seine relativ guten Ergebnisse nur unter den besonders günstigen Ortsverhältnissen (er arbeitete in einer Kirche) zu stande kommen.

Brillouin [4]) bediente sich der von Maxwell angegebenen Methode zur Messung von gegenseitigen Potentialen in derselben und in etwas geänderter Schaltung. Den Kohlrauschschen Sinusinductor mit zwei um eine gemeinsame Achse drehbar angeordneten Rollen verwendete Oberbeck [5]) bei der Vergleichung von Selbstpotentialen. Es wurden auch vielfach Condensatoren zur Abgleichung von Inductionscoëfficienten benutzt. Von den hierzu benutzten Methoden ist besonders die der oben schon mitgeteilten Anordnung von Sumpner analoge Nullmethode zu nennen. Bei der Brückenschaltung wird an den der Rolle mit Selbstinduction gegenüberliegenden Zweig ein Condensator geschaltet. Es werden dann die

[1]) Maxwell: A. a. O.

[2]) Nipkow: Selbstinduction. Elektrotechnische Zeitschrift VII, 1887.

[3]) Lorenz: Ueber die Fortpflanzung der Elektricität. Wied. Ann. VII, 1879.

[4]) Brillouin: Comparaison des Coefficients d'Induction. Annal. écol. norm. (2) XI, 1882.

[5]) Oberbeck: Wied. Ann. XIX, 1883 und a. a. O.

Widerstände so abgeglichen, dass sowohl beim Schliessen als auch beim Oeffnen des Stromes kein Ausschlag im Galvanometer erscheint[1]). Zu nennen sind hier die Arbeiten von Rimington[2]) und von Anderson[3]), welch letzterer noch eine Abänderung der Methode mitteilt. Auch Niven[4]) gibt verschiedene Methoden an zur Vergleichung von Selbstinductionscoëfficienten, bei welchen vielfach auch Condensatoren zur Verwendung kommen. Die gegenseitige Induction gleicht Carey Foster[5]) mit Hülfe eines Condensators ab. Zu Inductionsmessungen im Laboratorium scheint sich besonders die Methode von Wien[6]) zu eignen. Dieselbe gründet sich auf die Eigenschaft des von ihm construirten optischen Telephons, alle anderen Phasen in der Brücke gegen die Hauptphase zurücktreten zu lassen. Zunächst berechnet Wien die Brückenmethoden nach Maxwell zur Vergleichung von Selbstpotentialen, gegenseitigen Potentialen und Capacitäten; dann verändert er diese Methoden so, dass eine Abgleichung mit Galvanometer und Hörtelephon nicht mehr möglich ist, wohl aber mit seinem optischen Telephon wegen seiner besonderen Eigenschaft. Die Nulleinstellung ist jetzt bei Gleich- und Wechselstrom verschieden, sodass er den Widerstand bei Wechselstrom, den er „modificirt“ nennt, messen und aus diesem und der Periode des Wechselstromes die vorhandenen Selbstpotentiale und Capacitäten einzeln berechnen kann. Für den Techniker wird diese Methode wegen des optischen Telephones und der empfindlichen Stromquelle nicht einfach genug sein. Die bei den meisten der bisher genannten Anordnungen notwendige doppelte Widerstandsabgleichung, die sehr zeitraubend und ungenau ist, wird ganz leicht gemacht, wenn man noch variable Inductionen einführt. Eine variable gegenseitige Induction findet man zuerst bei Brillouin[7]). Derselbe schaltete in einen Zweig der Brücke die äussere Rolle von einem Rollenpaare, dessen innere Rolle aus verschiedenen getrennten

[1]) Sehr einfach gestaltet sich die Nullmethode bei Benutzung eines Condensatorsatzes und dem Telephon bei intermittirenden Strömen und es wurden vom Verfasser kurz vor der Drucklegung Messungen nach dieser Methode ausgeführt.

[2]) Rimington: Modification einer Methode von Maxwell zur Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten. Beibl. XII, 1887.

[3]) Anderson: Ueber Inductionscoëfficienten. Phil. Mag. (5) XXXI, 1891.

[4]) Niven: Ueber einige Methoden zur Bestimmung und Vergleichung von Selbstinductionen. Beibl. X, 1886.

[5]) Carey Foster: Ueber eine Methode, den Coëfficienten der Induction zweier Spiralen aufeinander zu messen. Beibl. XI, 1886.

[6]) Wien: Messung der Inductionsconstanten mit dem optischen Telephon. Wied. Ann. XLII, 1891 und Wied. Ann. XLIV, 1891.

[7]) Brillouin: A. a. O.

Windungslagen besteht. Diese verschiedenen Lagen lassen sich durch geeignete Stöpselanordnung im gleichen Sinne oder entgegengesetzt verbinden, so dass die gegenseitige Induction sich mehr oder weniger abstufen lässt. Die innere Rolle schaltete Brillouin in den Galvanometerkreis. Weit einfacher erreichte Hughes[1]) die leichte Veränderlichkeit der Selbstinduction (derselbe nennt die Induction der einzelnen Windungen der Spiralen aufeinander gegenseitige Induction) durch eine Drahtspirale, die an ihren beiden Enden auf einer Holzleiste befestigt und in die Zweige 1 und 2 der Brücke eingeschaltet ist. Wenn nun die Mitte dieser solenoidförmigen Spirale dem einen oder dem anderen Ende mehr oder weniger genähert wurde, so näherten sich auch die Windungen der Spirale an der betreffenden Seite und vergrösserten ihren Abstand auf der anderen Seite. Hierdurch vergrössern oder verkleinern sich auch die entsprechenden Selbstinductionscoëfficienten der Zweige, die von der Spirale gebildet werden. Diese interessante Schaltung, die allerdings von ihrem Verfasser irrtümlich behandelt wurde[2]) [3]) [4]), hat noch den Wert, dass sie Rayleigh Anregung zu seiner Anordnung gab. Rayleigh[5]) construirte zwei Rollenpaare, die einzeln hintereinander in die Zweige 1 und 2 der Brücke geschaltet wurden. Die innere Rolle war in der äusseren auf einem Teilkreis drehbar. Da Rayleigh die Vorteile der Methode von Hughes wohl erkannte, benutzte er als Stromquelle intermittirende Ströme und anstatt des von Brillouin benutzten Galvanometers gleichfalls das Telephon, welches bei weitem empfindlicher ist. Die von Rayleigh hauptsächlich zu Widerstandsmessungen bei Wechselstrom verwandte Schaltung eignet sich ganz besonders zur Messung von Inductionscoëfficienten, wenn sie in geeigneter Weise umgestaltet ist.

Wie diese Methode diesem Zwecke angepasst werden kann, finden wir in einer Arbeit von L. Graetz[6]) mitgeteilt und es ist die Aufgabe der folgenden Zeilen, zu zeigen, wie dieselbe zu bestätigen und für die Praxis zu vervollkommnen ist. Das Wesen dieser Anordnung ist ungefähr folgendes: Die äusseren der von Rayleigh angegebenen und von ihm Com-

[1]) Hughes: Researches upon the Self-Induction of an electric current. Proc. Roy. Soc. XL, 1886.

[2]) Heaviside: Phil. Mag. (5) 22, 1886.

[3]) Rayleigh: Journ. Tel. Eng. 15, 1886.

[4]) Weber: Rep. Phys. 22, 1886.

[5]) Rayleigh: Selbstinduction und Widerstand verzweigter Leiter. Phil. Mag. (5) 21 und 22, 1886.

[6]) Graetz: Eine neue Methode zur Messung von Selbstpotentialen und Inductionscoëfficienten. Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der k. bayer. Akad. d. Wiss. 1893, Bd. 23, Heft 2.

pensatoren genannten Doppelrollen wurden in die Zweige 1 und 2 der Brücke geschaltet, die inneren Rollen hingegen in den Telephonkreis. Ausserdem aber wurden in die Zweige 1 und 2 der Brücke noch die beiden Abteilungen des im physikalischen Institut der Universität in München hergestellten „Inductionskastens" eingefügt, die, ohne das Widerstandsverhältnis zu verändern, variable Selbstinduction einzuführen gestatten. Dadurch erst wurde die Anordnung zur Messung von Inductionscoëfficienten praktisch verwertbar gemacht.

Nachtrag: Nach der Fertigstellung dieser Arbeit hat M. Wien[1]) einen Apparat zur Abgleichung von Inductionscoëfficienten construirt, welcher die erwähnte Schaltung von Brillouin und die hier mitgeteilte Anordnung verbindet. Zwei in einander drehbar angeordnete Rollen, von denen die eine einen Teilkreis, die andere einen Zeiger besitzt, sind mit einer Reihe von getrennten Windungslagen versehen, die durch eine Stöpselvorrichtung zum Teil ausschaltbar sind. Hierdurch ist die Induction änderbar gemacht.

Capitel I.

Die bei der oben angegebenen Schaltung notwendigen Compensatoren wurden im physikalischen Institut der Universität München nach den Angaben des Verfassers angefertigt. Dieselben bestehen aus je zwei Rollen, von denen die äussere auf der Grundplatte befestigt ist, während die innere in Messinglagern in der äusseren drehbar ist. Die Stromzuführung zu den äusseren Rollen geschieht direct von je zwei Klemmen aus; die beiden inneren Rollen aber wurden durch Messingachse und Messinglager mit je zwei anderen Klemmen, die auf dem Fussbrett angebracht sind, verbunden. An der kleineren Rolle ist noch ein Zeiger befestigt, dessen Spitze auf einer Skala spielt, die an der grösseren Rolle befestigt ist und eine Teilung von 0^0 in der Mitte bis 90^0 an beiden Seiten besitzt. Hierdurch wird es möglich, die Stellung der inneren Rolle in der äusseren und damit die gegenseitige Induction zwischen denselben in Graden der Skala abzulesen. Die Rollen wurden mit 50 Windungen Draht von 0,4 mm Dicke bewickelt. Da die Kreisteilung der Rollen zu wünschen übrig liess und auch der Contact von der inneren Rolle zu den Klemmen Mängel zeigte, da ferner die Bewickelung der Rollen im Laufe der Versuche nicht passend erschien, so wurde ein neues Paar construirt, an welchem alle Metallteile vermieden und die Rollen so eingerichtet wurden, dass

[1]) Max Wien: Wied. Ann. LVII, 1896.

sie leicht durch Rollen mit anderen Windungszahlen ersetzt werden konnten. Die von Dr. Edelmann in München angefertigten Compensatoren sind in Fig. 1 und 2 in Querschnitt und Vorderansicht dargestellt.

Auf einem Mahagonifussbrett ist eine Hartgummistütze A mit einer Hartgummischraube verschraubt. An A ist ein Hartgummiring B verschraubt, auf den man die grössere Rolle C aufschieben kann. Im Ring befindet sich ein Hartgummistück D, in welches die innere Rolle E mit der Verschlussplatte F und der Schraube G befestigt werden kann. Das Hartgummistück D ist mit der inneren Rolle um die Elfenbeinachsen H in Löchern von B drehbar und wird durch die Schraube K in die Löcher von B eingespannt. Die Enden der Rollen C und E führen zu Drähten, die an Messingringe L, welche bei M durch kräftige Schrauben fest eingeschraubt werden können, verlötet sind. Die Klemmschrauben sind möglichst weit von den Rollen entfernt in der Fussplatte befestigt. An die innere Rolle E (Fig. 3) wird durch Elfenbeinschrauben ein Hartgummibügel P befestigt, welcher vorne einen Hartgummistab mit Nonius aus Celluloid besitzt. Dieser Nonius bewegt sich über einer halbkreisförmigen Skala aus Celluloid, die in die Nut eines Hartgummihalbkreises eingebettet ist. Letzterer ist auf Stützen aus gleichem Stoffe rechts und links verschraubt. Ausserdem sei noch erwähnt, dass die Skala verschiebbar ist und durch die Schrauben Q fixirt werden kann. Solcher Apparate waren zwei möglichst gleich hergestellt worden.

Den Compensatoren sind drei Rollenpaare mit folgenden Windungszahlen beigegeben:

	Drahtdicke.	Windungen.
I.	0,3 mm	80
II.	0,15 mm	170
III.	0,07 mm	260

Von der Einstellung der Compensatoren und deren Aichung und Calibrirung soll an späterer Stelle die Rede sein. Diese Compensatoren nun wurden wie folgt in der Wheatstone'schen Brücke benutzt. Die äusseren Rollen (Fig. 4) wurden in die Zweige 1 und 2 der Brücke geschaltet, die beiden inneren Rollen hingegen zum Telephon in die Brücke. Als Stromquelle diente ein intermittirender Strom. Nenne ich die

Stromstärke im Hauptstromkreise J und im Telephonkreise i_0, ferner die Stromstärke und den Widerstand in den Zweigen 1—4 beziehungsweise i_1, i_2, i_3 und i_4 und w_1, w_2, w_3 und w_4, ferner die Inductionen der Zweige 1, 2 und des Telephonzweiges L_1, L_2, M_1, M_2, L, so lauten die Kirchhoffschen Gleichungen für unsere Schaltung:

$$\text{I. } i_1 w_1 + L_1 \frac{d\,i_1}{dt} \mp M_1 \frac{d\,i_0}{dt} \pm i_0 w \pm L \frac{d\,i_0}{dt} \mp M_1 \frac{d\,i_1}{dt} \mp M_2 \frac{d\,i_2}{dt} - i_3 w_3 = 0;$$

$$\text{II. } i_1 w_1 + L_1 \frac{d\,i_1}{dt} \mp M_1 \frac{d\,i_0}{dt} + i_2 w_2 + L_2 \frac{d\,i_2}{dt} \mp M_2 \frac{d\,i_0}{dt} - i_3 w_3 - i_4 w_4 = 0;$$

$$\text{III. } J = i_1 + i_3; \quad \text{IV. } i_1 \mp i_0 = i_2; \quad \text{V. } i_3 \pm i_0 = i_4.$$

Zur Integration setzt man am besten [nach Oberbeck[1]) und Wien[1])] für die Intensität des Hauptstromkreises $J = e^{i\,n\,t} = e^{\lambda t}$, wo n die Periodenzahl in 2 π Secunden und $i = \sqrt{-1}$ bedeutet, und für die Intensität der Zweigströme $i_m = k_m e^{\lambda t}$. Die genannten Gleichungen gehen dann über in:

$$\text{I. } k_1 (w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1) \mp k_2 \lambda M_2 - k_3 w_3 \pm k_0 (w_0 + \lambda L - \lambda M_1) = 0;$$

$$\text{II. } k_1 (w_1 + \lambda L_1) + k_2 (w_2 + \lambda L_2) - k_3 w_3 - k_4 w_4 \mp k_0 (\lambda M_1 + \lambda M_2) = 0;$$

$$\text{III. } k_1 + k_3 = 1; \text{IV. } k_1 - k_2 \mp k_0 = 0; \text{V. } k_3 - k_4 \pm k_0 = 0.$$

Zur Berechnung von k_0 aus diesen Gleichungen benutzen wir Determinanten. Hat man das System von n Gleichungen 1. Grades mit n Unbekannten:

$$a_{1,1} x_1 + a_{1,2} x_2 + \ldots\ldots + a_{1,n} x_n = c_1$$
$$a_{2,1} x_1 + a_{2,2} x_2 + \ldots\ldots + a_{2,n} x_n = c_2$$
$$\text{— — — — — — — — — — — - - —}$$
$$a_{n,1} x_1 + a_{n,2} x_2 + \ldots\ldots + a_{n,n} x_n = c_n$$

so ist $x_s = \dfrac{c_1 A_{1,s} + c_2 A_{2,s} + \ldots\ldots + c_n A_{n,s}}{A_n}$,

wenn der Nenner die Gesamtdeterminante der a bedeutet und der Zähler diese Determinante, wenn für $a_{1,s}$ $a_{2,s}$ $a_{3,s}$ .... $a_{n,s}$ beziehungsweise c_1 c_2 c_3 .... c_n gesetzt ist. Wie sich später zeigen wird, fällt der Nenner aus den Gleichungen heraus. Derselbe hat nur Einfluss auf die Empfindlichkeit der Anordnung, wie Wien (a. a. O.) gezeigt hat. Zur Berechnung des Nenners von k_0 erhalte ich daher die Determinante

[1]) A. a. O.

$$\begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 & \mp \lambda M_2 & -w_3 & 0 & 0 \\ w_1 + \lambda L_1 & w_2 + \lambda L_2 & -w_3 & -w_4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Diese Determinante vereinfacht sich in bekannter Weise wie folgt:

$$= + \begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 & \mp \lambda M_2 & -w_3 & 0 \\ w_1 + \lambda L_1 & w_2 + \lambda L_2 & -w_3 & -w_4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= + \begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 & \mp \lambda M_2 & -w_3 & 0 \\ w_1 + \lambda L_1 & w_2 + \lambda L_2 & -w_3 - w_4 & -w_4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 & \mp \lambda M_2 & -w_3 \\ w_1 + \lambda L_1 & w_2 + \lambda L_2 & -w_3 - w_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 \mp \lambda M_2 & \mp \lambda M_2 & -w_3 \\ w_1 + \lambda L_1 + w_2 + \lambda L_2 & w_2 + \lambda L_2 & -w_3 - w_4 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} w_1 + \lambda L_1 \mp \lambda M_1 \mp \lambda M_2 & -w_3 \\ w_1 + \lambda L_1 + w_2 + \lambda L_2 & -w_3 - w_4 \end{vmatrix}$$

$$= (w_3 + w_4)[w_1 + \lambda L_1 \mp (\lambda M_1 + \lambda M_2)] - w_3 (w_1 + \lambda L_1 + w_2 + \lambda L_2);$$

$$= w_1 w_4 + w_4 \lambda L_1 \mp (w_3 + w_4)(\lambda M_1 + \lambda M_2) - w_2 w_3 - w_3 \lambda L_2 = a + b\,i$$

Es ist demnach $k_0 = \dfrac{a + b\,i}{A_n} = \mu + i\nu$

Setze ich jetzt $J = e^{-i n t} = e^{-\lambda t}$, dann erhalte ich in gleicher Weise $k_0' = \dfrac{a - b\,i}{A_n} = \mu - i\nu$

Für einen einfachen Sinusstrom ist nun

$$J = \cos n t = \frac{1}{2}\left(e^{i n t} + e^{-i n t}\right)$$

wobei die Gleichungen zu berücksichtigen waren:

$$e^{i n t} = \cos x + i \sin x$$

$$e^{-i n t} = \cos x - i \sin x.$$

Die Richtigkeit dieser Gleichungen lässt sich durch Entwickelung in Reihen leicht darthun. Für den Brückenzweig ist jetzt:

$$i_0 = \frac{1}{2}\left(\mu + i\nu\right)e^{int} + \frac{1}{2}\left(\mu - i\nu\right)e^{-int} = \mu \cos nt - \nu \sin nt = \sqrt{\mu^2 + \nu^2}\cdot\cos(nt - \varepsilon) = \sqrt{k_0 k_0'}\cos(nt - \varepsilon),$$

worin ε die Phasendifferenz und $\sqrt{k_0 k_0'}$ die Amplitude des Zweiges bedeuten. Für $i_0 = 0$ wird auch die Amplitude $\sqrt{k_0 k_0'} = 0$ und daher $k_0 = 0$ und $k_0' = 0$. Es müssen daher auch $\frac{a+bi}{A_n}$ und $\frac{a-bi}{A_n}$ gleich 0 werden. Dieses ist nur möglich, wenn $a + bi = 0$ und $a - bi = 0$, da der Nenner einen endlichen Wert hat. Deshalb ist $a = 0$ und $b = 0$. Wir haben daher für die Abgleichung unserer Brückenanordnung die Bedingungsgleichungen:

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0;$$
$$w_4 L_1 \mp (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) - w_3 L_2 = 0.$$

Schneller wären wir zu demselben Resultate gekommen, wenn wir in den Gleichungen I, II, IV und V $k_0 = 0$ gesetzt und die k eliminirt hätten.

Bestehen die Selbstpotentiale L_1 und L_2 aus mehreren Teilen $x_1, a_1, b_1 \ldots$ $x_2, a_2, b_2 \ldots$, so lauten die Gleichungen:

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0,$$
$$w_4(x_1 + a_1 + b_1 + \ldots.) - (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) = w_3(x_2 + a_2 + b_2 \ldots).$$

Ist x_2 das zu messende Selbstpotential und x_1 bekannt, sind ferner a_1 b_1, a_2 b_2 .... die bekannten Selbstpotentiale der Hülfsapparate, so bestimmt sich x_2 aus diesen Gleichungen durch zwei Ablesungen. $M_1 + M_2$ ist nämlich die gegenseitige Induction der Compensatoren und daher gleich $\alpha f_1 + \beta f_2$, wo f_1 und f_2 die Gradwerte derselben und α und β die Gradablesungen bedeuten. Sind noch f_1 und f_2 bekannt, so genügen die Werte α, β und das Widerstandsverhältnis $\frac{w_3}{w_4}$, die sich aus der Messung ergeben, zur Bestimmung von x_2.

Da in der Gleichung für unsere Anordnung das Widerstandsverhältnis $\frac{w_3}{w_4}$ als Factor auftritt, so wurde es nötig, den Brückendraht, der die Zweige 3 und 4 bildete, von Zeit zu Zeit zu calibriren. Hierzu wurde die Methode von Strouhal und Barus[1]) benutzt. Um die einzelnen Messungen controllirbar zu machen, musste grosser Wert auf die Gleichmässigkeit der Contacte gelegt werden. Es wurden deshalb an allen Punkten, an denen häufige Aenderungen not-

[1]) Strouhal und Barus: Wied. Ann. X, 1880.

wendig waren, Quecksilbernäpfe angebracht, während alle anderen Verzweigungspunkte durch Lötungen hergestellt wurden.

Versuche mit Brückendrähten aus verschiedenem Material und mit verschiedenem Widerstande bestätigten das von Wien [1]) hergeleitete Gesetz, dass auch bei Wechselstrom und bei Gegenwart von Inductionsrollen die Wheatstone'sche Brücke am empfindlichsten ist, wenn die Widerstände in den vier Brückenzweigen gleich sind. Es verhielt sich auch ein Eisendraht gerade so, wie die Drähte aus anderem Metall. Ferner zeigte sich, dass es nur dann statthaft war, zum Brückendraht gleichgewickelte bifilare Zuschlagwiderstände mit gleichem Widerstand hinzuzuschalten, wenn die Widerstände in den Zweigen 1 und 2 gleich sind, da bifilar gewickelte Rollen durchaus nicht inductionslos sind. Ungleich gewickelte dürfen überhaupt nicht als Zuschlagwiderstände zu 3 und 4 benutzt werden. Da bei dem später zu beschreibenden Inductionskasten die vorhin genannte Bedingung erfüllt ist, so lässt sich mit demselben die grösste Empfindlichkeit erreichen. Bei allen Messungen wurde ein dünner Rheotandraht als Brückendraht benutzt.

Die Berechnung der Gleichung für unsere Brückenschaltung hatte ergeben, dass dieselbe Gültigkeit hat für jede Art eines variablen Stromes, weil die Schwingungszahl aus den Gleichungen herausgefallen ist. Dieses wurde auch durch den Versuch bestätigt, indem man bei Benutzung von intermittirendem Strome dieselben Resultate erhielt, wie bei dem Inductionsstrome eines Ruhmkorff'schen Apparates und den Wechselströmen einer Wechselstrommaschine. Doch zeigte sich, dass das Telephon bei einem intermittirenden Strome am empfindlichsten ist. Es wurde deshalb der Batteriestrom durch einen Stimmgabelunterbrecher, der ungefähr 80 Schwingungen in der Secunde machte, unterbrochen. Diese Schaltung eignet sich indessen nicht zur Messung sehr grosser Inductionscoëfficienten, besonders wenn die Unterbrecherspule keinen hohen Widerstand hat, wie dieses gewöhnlich der Fall ist. Da sich die Spannungsverhältnisse an der Brücke zu den Spannungsverhältnissen an dem Unterbrecher verhalten wie ihre Widerstände, so wird man bei grösser werdendem Unterschiede in den Widerständen zu einem Punkte kommen, wo durch ein Zuschalten von Elementen die Stimmgabel nicht mehr zum Schwingen gebracht werden kann, da die Stromstärke in der Klingel nicht mehr zu genügender Höhe gebracht werden kann, ohne die übrigen Apparate in Gefahr zu bringen. Das Telephon reagirt nun unter den hier verwirklichten Verhältnissen am besten auf den Oeffnungsextra-

[1]) Wien: A. a. O.

strom wegen dessen kurzem aber kräftigem Verlaufe. Es musste sich daher folgende Schaltung vorzüglich bewähren: Man betreibt den Unterbrecher durch eine kleine Batterie. Würde man parallel zu der Unterbrecherspule einen Nebenschluss von hohem Widerstande legen, so würde dieser Nebenschluss einen durch die vorhandenen Selbstpotentiale etwas gedämpften intermittirenden Strom führen, der für unsere Messungen die richtige Form hat. Wir schalten daher anstatt des Widerstandes unsere Brücke ein. Die Schaltung hat noch den Vorteil, dass man mit einer und derselben Batterie (1—2 Daniell-Elemente) für alle Messungen ausreicht. Aus Fig. 4 ist die beschriebene Schaltung zu ersehen. Natürlich konnte man auch einen beliebigen anderen Unterbrecher in gleicher Weise verwenden. Bei Benutzung verschiedener Telephone wurden keine bedeutenden Unterschiede bemerkt; doch gaben Telephone mit 0,5 mm dickem Drahte und nicht zu grosser Windungszahl die besten Resultate.

Capitel 2.

Zur Bestimmung der Constanten der Compensatoren wurde die Berechnung von Selbstpotentialen und gegenseitigen Potentialen notwendig, wozu die Formeln von Weinstein[1]) und Maxwell-Stefan[2]) benutzt wurden. Es wurde ein Rollenpaar mit folgenden Dimensionen hergestellt:

I. $a = 3{,}233$ cm; $\varrho = 0{,}143$ cm
II. $a = 1{,}737$ cm; $\varrho = 0{,}094$ cm
I. $\alpha = 8{,}038$ cm; $n = 40$
II. $\alpha = 7{,}625$ cm; $n = 63$;

wo a, ϱ, α und n beziehungsweise die mittleren Radien, die radiale Dicke, die axiale Dicke und die Windungszahlen bedeuten. Aus der Berechnung nach der Weinstein'schen Formel zeigte sich schon, dass die Dimensionen der Rollen nicht den Voraussetzungen entsprechen, die den Formeln zu Grunde liegen. Es ergab sich das Selbstpotential der Rolle I

$$L = L_1 + L_2$$
$$L = 0{,}0412 + 0{,}018 = 0{,}0592 \text{ Millihenry},$$

wenn 1 Millihenry = 0,001 Quadrant ist. Das Correctionsglied L_2 ist $^1/_3$ so gross als das Hauptglied. Da auch die Messungen

[1]) Weinstein: Zur Berechnung des Potentials von Rollen. Wied. Ann. XXI.

[2]) Stefan: Ueber die Inductionscoëfficienten von Drahtrollen. Wied. Ann. XXII.

mit den Compensatoren keine brauchbaren Resultate ergaben, so wurde ein anderes Rollenpaar angefertigt. Die Maasse desselben sind:

	a	ϱ	α	n
III.	4,274 cm;	0,347 cm;	0,25 cm;	50 cm;
IV.	1,266 cm;	0,31 cm;	0,28 cm;	50 cm;

wenn a, ϱ, α und n dieselbe Bedeutung haben, wie bei I und II. Ausserdem ist die Drahtdicke 0,025 cm ohne Umspinnung, 0,035 mit Umspinnung. Das Selbstpotential der Rolle III ist nach der Weinstein'schen Formel berechnet gleich 0,479 Millihenry; nach der von Stefan revidirten Maxwell'schen Formel gleich 0,478. Letzterer Wert wurde, wie später ausgeführt werden soll, benutzt. Den Gleichungen von Weinstein zufolge war das Selbstpotential der Rolle IV = 0,094 Millihenry und das gegenseitige Potential der Rollen III und IV, wenn sie in einander concentrisch angeordnet waren, gleich 0,0171 Millihenry. Da auch die Resultate mit diesen Rollen nicht vollkommen zufriedenstellend waren, weil sie zu klein waren und ihre Dimensionen sich daher nicht genau genug feststellen liessen, wurde ein neues Rollenpaar mit der grössten Sorgfalt gewickelt. Die Rollen sind aus altem ausgetrocknetem Mahagoniholz und zwar eine jede aus 12 einzelnen Stücken, die so aufeinander geleimt sind, dass die Faserrichtungen sich kreuzen, hergestellt. In den Rand der Rollen wurde nun eine Nut von circa 2 cm Breite und 2 resp. 1 cm Tiefe eingedreht. Der innere Umfang der Nut wurde mit einem schmalen Papierstreifen gemessen, der bei einer bestimmten Belastung in dieselbe eingespannt wurde. Der Punkt, in welchem Anfang und Ende über einander lagen, wurde durch einen Nadelstich bezeichnet. Der Abstand der so markirten Punkte, an dem bei derselben Belastung ausgespannten Streifen gemessen, war nun der Umfang der betreffenden Rolle und ergab sich als Mittel aus guten einzelnen Messungen gleich 142,74 cm für V und 145,543 für Rolle VI. Die Breite der Nut wurde an verschiedenen Stellen und in verschiedenen Tiefen gemessen und war für V gleich 2,01, für VI gleich 1,98 cm. Die grösste Abweichung der Einzelwerte vom Mittel war 0,013 cm. Die erste Rolle hat 16 Lagen von je 19 Windungen, die zweite 9 Lagen von je 21 Windungen. Zur Bewickelung diente ein mit Seide doppelt umsponnener Kupferdraht besten Materiales, der ohne Umspinnung 0,07 cm, mit Umspinnung 0,085 cm Durchmesser hat. Jede Lage wurde mit heissem Paraffin bestrichen, und mit einem Papierstreifen, der in Paraffin gekocht war, bedeckt. Der äussere Umfang der bewickelten Rollen, der ebenso gemessen wurde wie der innere, ergab sich für Rolle V

gleich 154,603 cm, für VI gleich 151,69. Die Maasse der Rollen waren demnach:

V. a = 23,662 cm; n = 304
VI. a = 23,653 cm; n = 189
V. ϱ = 1,888; α = 2,01 cm
VI. ϱ = 0,979; α = 1,983 cm.

Die Selbstpotentiale der Rollen sind nach der Weinstein'schen Formel gleich:

V. 92,953 Millihenry
VI. 38,823.

Wenn die Rollen conaxial und parallel in einem Abstande (Entfernung der geometrischen Mittelpunkte) von 44,05 cm aufgestellt waren, so ergab die Formel für das gegenseitige Potential M = 2,253 Millihenry.

Capitel 3.

Zur Kontrolle der berechneten Inductionscoëfficienten wurden einige Messungen nach der von Rayleigh vereinfachten Maxwell'schen Methode ausgeführt. Bei dieser Methode enthält ein Zweig der Brücke die Rolle, deren Selbstpotential gemessen werden soll, während die übrigen Zweige sich aus inductionslosen Widerständen zusammensetzen. Nachdem bei constantem Strom (als Stromquelle diente eine Gülcher'sche Thermosäule) die Brücke so abgeglichen war, dass das Galvanometer (Edelmann'sches Schwingungsgalvanometer mit Fernrohr und Spiegelablesung) auf Null zeigte, wurde der Strom unterbrochen, und der Ausschlag des Galvanometers abgelesen. Ein kleiner Zuschlagwiderstand in Zweig 1 erteilt der Galvanometernadel bei geschlossenem Strome einen dauernden Ausschlag. Es ist dann das Selbstpotential in Zweig 1:

$$L = \frac{T\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) r\,\varepsilon}{\pi \cdot \alpha}$$

wo T die Schwingungsdauer der Nadel, λ ihr natürliches logarithmisches Decrement, ε den momentanen Ausschlag, um welchen sich die Nadel beim Unterbrechen des Stromes aus ihrer Ruhelage herausbewegt, r den Zuschlagwiderstand in Zweig 1, α die durch ihn bewirkte dauernde Ablenkung der Nadel bedeutet [Troje [1])].

Die Rollenpaare I, und II, III und IV, die im Capitel II beschrieben wurden, sind ihrer geringen Inductionscoëfficienten

[1]) Troje: A. a. O.

wegen nach dieser Methode nicht messbar. Zur Messung der Rollen V und VI wurde das Galvanometer mit einem stärkeren Ringmagnete versehen — durch oftmaliges Magnetisiren abwechselnd mit Einhängen in Wasserdampf (letzteres jedesmal 15 Minuten) wurde der Magnetismus in dem Ringe verstärkt und dauerhaft gemacht — und es wurden alle Contacte sorgfältig verlötet. Dem ausgespannten Brückendraht, der die Zweige 3 und 4 der Brückenanordnung bildet, wurde noch ein gleicher Draht parallel beigefügt. Dieser zweite Draht liegt an einem kleinen Abschnitt des ersten Drahtes im Nebenschluss und trägt den Schleifcontact, der mit dem Galvanometer in Verbindung steht. Diese Anordnung, die Doppelbrücke genannt wird, ermöglicht eine leichte und genaue Einstellung des Schleifcontactes und damit eine schnelle Abgleichung der Widerstände. Eine ähnliche Anordnung findet man in der Methode von Varley[1]). Die Galvanometernadel wurde durch einen darunter befestigten Richtmagneten astasirt. Es konnten auch die Galvanometerrollen in einen anderen Stromkreis geschaltet werden, der die Nadel schnell zu beruhigen gestattete [Troje[2])]. Obwohl der Strom so schwach genommen wurde, als es eben thunlich war, um noch einen günstigen Ausschlag zu erhalten, veränderte doch die Joulesche Wärme die Einstellungen bei längerem Schlusse, der erforderlich ist, um nach Einschaltung eines Zuschlagwiderstandes in Zweig 1 die dauernde Ablenkung der Nadel durch denselben zu bestimmen. Diese Veränderung der Nulleinstellung wurde dadurch eliminirt, dass nach der Messung des dauernden Ausschlages die geänderte Nulleinstellung abgelesen wurde. Das Mittel aus beiden Einstellungen war dann in die Rechnung einzuführen.

Es wurde nun die Rolle V gemessen, dann Rolle VI und schliesslich $V + VI \pm 2M$, wo M die gegenseitige Induction der beiden Rollen bedeutet, wenn dieselben conaxial und parallel in einem Abstande der Ebenen der Mittelwindungen von 44,05 cm aufgestellt waren. Eine Pohl'sche Wippe gestattete die Stromumkehr im Hauptstromkreise. Die Resultate der Messungen der Rollen V, VI, $V + VI + 2M$ und $V + VI - 2M$ sind in den Tabellen I bis IV enthalten.

[1]) Ferrini: Technologie der Elektricität und des Magnetismus p. 270. Jena 1879.

[2]) Troje: A. a. O.

Tabelle I.

Rolle V.

a_1	b	ε	c	a_2	α
463,3	498,2	34,9	511	463,3	47,7
462,3	427,7	34,6	415	462,3	47,3
461	495,2	34,2	508	461,7	46,6
461,5	425,2	36,3 [1])	411,4	456	47,3
459,7	494,9	35,2	510	464,3	48
459,7	425,7	34	413,7	460,7	46,5
462,4	427,7	34,7	422,6	469,3	47 [2])
468	502,2	34,2	516,7	471,5	47
465,3	430,6	34,7	417,7	463,8	46,8
465,7	500,3	34,6	515	470,5	46,9

In den Tabellen bedeutet:

a_1, a_2, a_3 die Nulleinstellung der mit Strom abgeglichenen Brücke,

b den momentanen Ausschlag beim Unterbrechen des Stromes, vermehrt um a_1,

ε den Ausschlag allein in Skalenteilen,

c die Einstellung des Galvanometers bei der Einschaltung eines Zuschlagwiderstandes r,

α den durch r hervorgerufenen Ausschlag in Skalenteilen.

Tabelle II.

Rolle VI.

a_1	b	ε	a_2	c	a_3	α
463,3	438,3	25	465,5	411,5	461,4	51,9
467,8	493,9	26,1	467,8	523	472	53,1
469,7	443,4	26,3	460,8	406	458,5	53,7
460,7	486,2	25,5	462	515,7	465,4	52
463	438	25	463	410,5	461,5	51,8
462,8	488,3	25,5	462,8	517	466,3	52,4
464,4	439,1	25,3	464,4	410,5	461,7	52,6
464,8	491	26,2	464,8	520,3	468,2	53,8
466	440,6	25,4	466	412,2	466,7	54,2
467,5	493,7	26,2	467,5	522,5	470	53,7

[1]) Der Wert wurde zur Mittelnahme nicht benutzt.

[2]) Zur Berechnung von α wurde $a_1 = 470$ bestimmt.

Bei der Messung von V und VI ist die Schwingungsdauer $T = 4{,}26$; das natürliche logarithmische Decrement $\lambda = 0{,}5075$; $1 + \frac{\lambda}{2} = 1{,}2537$.

Tabelle III.

Rolle V + VI + 2 M.

a_1	b	ε	c	a_2	α
422,3	451,7	29,4	386,5	425,3	37,3 [1]
423,3	393,8	29,5	461,3	422	38,7
422,7	452,8	30,1	383,5	423,3	39,5
425,6	396,3	29,3	465	425,6	39,4
425,5	454,8	29,3	386	425	39,3
426,7	397,8	28,9	467	428.3	39,5
428,3	458,3	30,1	391	430	38,9 [2]
429,7	459,3	29,6	391,2	430	38,7
430,2	401,9	28,3 [1]	469,7	430,2	39,5
430,2	460,3	30,1	391,3	431,3	39,4

Die Schwingungsdauer war gleich 4,12, das natürliche logarithmische Decrement $\lambda = 0{,}4881$ und daher $1 + \frac{\lambda}{2} = 1{,}244$.

Tabelle IV.

Rollen V + VI — 2 M.

a_1	b	ε	c	a_2	α
428,3	457	28,7	389,7	431	40
430	401,8	28,2	471,7	430	41,7
430	458,1	28,1	387,2	428	41,8
429	400,9	28,1	471	429,7	41,6
429,3	458,2	28,9	388,6	430	41,1
429,5	400,7	28,8	471	430	41,2
429,8	458,7	28,9	387,7	430,3	42,3
429,6	401	28,6	471,7	429,6	42,1

$T = 4{,}12$; $1 + \frac{\lambda}{2} = 1{,}2441$.

[1] Diese Werte wurden beim Mittelnehmen nicht benutzt.
[2] a_1 war vor der Messung von α 429,7.

Die Mittelwerte von ε und α sind in folgender Zusammenstellung enthalten:

	V.	VI.	V + VI + 2 M	V + VI − 2 M
ε	34,57	25,65	29,59	28,54
α	47,13	52,92	39,21	41,45

Ein Siebwiderstand (0,11111 Ohm) von Siemens und Halske, der mit einer von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichten Normaleinheit verglichen und als richtig befunden war, diente bei den ersten beiden Messgruppen als Zuschlagwiderstand in Zweig 2. Die oben genannte Formel aber hat für den Fall Gültigkeit, dass der Zuschlagwiderstand in den Zweig 1 geschaltet ist. Da nun einer Zunahme des Widerstandes w_2 um r eine Abnahme des Widerstandes w_1 um $\frac{r\ w_1}{w_2 + r}$ entspricht, so ist das Selbstpotential in Zweig 1:

$$L = \frac{T\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) r \varepsilon w_1}{\pi\ \alpha\ (w_2 + r)},$$

wenn r = 0,11111 Ohm w_1 = 21,613 Siem. E. für Rolle V und gleich 13,68 Siem. für Rolle VI und w_2 = 32,35 Siem. ist.

Hieraus berechnet sich

L_V = 92,722 Millihenry
L_{VI} = 38,763 „

Die Tabellen III und IV enthalten die Messungen der Rollen V + VI ± 2 M. Es war hier der Widerstand r in den Zweig 1 der Brücke geschaltet, sodass die Gleichung gilt:

$$L = \frac{T\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) r \varepsilon}{\pi \cdot \alpha};$$

Hieraus findet man

V + VI + 2 M = 136,799
V + VI − 2 M = 124,811 | Millihenry.

V + VI = 130,805 Millihenry.

Es war nun

V = 92,722
VI = 38,763

V + VI = 131,485 Millihenry.

Da die Uebereinstimmung eine genügende ist, so lassen sich die angegebenen Beziehungen zur Berechnung von M benutzen. Es wird daher 4 M = 11,988

und M = 2,997 Millihenry.

Die erste Reihe der folgenden Tabelle enthält die Resultate der Messungen nach der Maxwell-Rayleigh'schen Methode[1]), die zweite die Resultate aus den Rechnungen nach der Weinstein'schen Formel und die dritte Reihe die Differenz in Procent des Betrages der Rolle V.

	gemessen	berechnet	Differenz
V	92,722	92,953	0,26 %
VI	38,763	38,823	0,07 %
M	2,997	2,253	0,8 %

Ob der Unterschied in dem Werte von M auf Kosten der Rechnung oder der Messung zu schieben ist, ist schwer zu entscheiden. Bei der Rechnung fällt der Umstand ins Gewicht, dass die Form der Rollen und ihre Lage zueinander niemals ganz genau festgestellt werden kann. Der Wert der Messung hingegen ist aus der Differenz zweier grosser Werte, $R + \varrho + 2M$ und $R + \varrho - 2M$ entstanden, wodurch auch seine Genauigkeit in Frage gestellt ist. Es sind im Folgenden die gemessenen Werte als richtig angenommen worden, wodurch der Methode einstweilen eine Fehlergrenze von 1% bleibt.

Capitel 4.

Da die Selbstpotentiale und das gegenseitige Potential zweier Rollen bekannt sind, so können wir zur Bestimmung der Constanten der Compensatoren schreiten. Bei der Berechnung der Schaltung der Brücke mit den Compensatoren hatte sich die Gleichung ergeben: $w_4 L_1 \pm (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) = w_3 L_2$, wobei das Vorzeichen des Gliedes, in welchem die gegenseitigen Inductionen, die wir im Telephonkreise eingeführt haben, M_1 und M_2 stehen, noch unbestimmt ist[2]). Das Vorzeichen dieses Gliedes bestimmt sich erst durch das Vorzeichen der Gradablesungen auf den Compensatoren. Diese haben ja, wie schon ausgeführt wurde, eine Kreisteilung, die von 0^0 in der Mitte beginnend bis zu $\pm 90^0$ nach beiden Seiten reicht. Stellt man dieselben nun so auf, dass ihre

[1]) Rayleigh: Proc. of Roy. Soc. 32, p. 116, 1881.

[2]) Gegenseitige Potentiale, bei denen beide Rollen in den Zweigen 1 oder 2 der Brücke liegen, müssen bei L_1 oder L_2 in Rechnung gezogen werden, während nur solche gegenseitige Potentiale bei M_1 und M_2 eingeführt werden, bei denen eine Rolle in Zweig 1 oder 2 und die andere Rolle im Telephonkreis liegt.

äusseren Rollen conaxial und parallel und ihre Skalen nach innen liegen und bezeichnet sie wie in Fig. 4, so gilt das positive Vorzeichen in unserer Gleichung, wenn man die in der genannten Figur gezeichnete Schaltung beibehält. Da es aber nicht immer möglich sein wird, die Schaltung der beiden Rollen in den Compensatoren im voraus zu bestimmen, so kann es auch notwendig werden, aus den Messungen das Vorzeichen empirisch ergründen zu müssen; doch dieses soll bei den Messungen selbst gezeigt werden.

Die eigentlichen Messungen wurden eingeleitet durch die Aichung des Brückendrahtes und durch die Aichung der Compensatorenskala. Wie schon Rayleigh[1]) mitgeteilt hat, sind bei den von ihm berechneten und hier angenommenen Dimensionen der Compensatoren (innere Rolle gleich 0,55 der äusseren) die Werte der gegenseitigen Induction der Grade bis zu $\pm$ 35° den Graden selbst vollständig proportional. Es wurden nun zunächst die Compensatoren einzeln auf 0 eingestellt. Nachdem in die äussere Rolle ein intermittirender Strom geschickt war, und die innere Rolle durch ein Telephon kurz geschlossen war, konnte die innere Rolle so lange gedreht werden, bis kein Ton im Telephon hörbar war. Man stellte nunmehr die verschiebbare Skala so, dass der Zeiger auf Null zeigte. Es wurde nun die Brückenschaltung hergestellt und ein Rollenpaar, welches eine gegenseitige Induction von ungefähr 10° der Compensatoren hatte, so eingeschaltet, dass die äussere Rolle im Zweig 2 der Brücke und die innere Rolle im Telephonkreis lag. Wenn jetzt der Contact auf der Brücke und die Einstellung der Compensatoren bis zum Verschwinden des Tones im Telephon abgeglichen war, so erhielt man zwei Compensatorablesungen, α und β. Entfernte man nun die innere Rolle aus dem Telephonkreis und verschob auf Compensator I bis zum Verschwinden des Tones, so hatte man Ablesungen wie α_1 und β. Schaltete man jetzt die Rolle wieder in den Telephonkreis, so erhielt man nach Veränderung des Compensators II bis zum Verschwinden des Tones α_1 und β_1. Es muss nun $\alpha - \alpha_1 = \beta - \beta_1$ sein. Indem man jetzt wieder den Compensator I verschob u. s. w., konnte man die verschiedenen Teile der Compensatoren mit derselben gegenseitigen Induction und dadurch unter sich vergleichen. Die folgende Tabelle enthält eine solche Beobachtungsreihe.

[1]) Rayleigh: A. a. O.

Differenz	Comp. I.	Comp. II.	Differenz
12,5	— 64,4	63,7 +	12,3
11	— 51,9	51,4 +	11,1
10,4	— 40,9	40,3 +	10,3
10,2	— 30,5	30 +	10,5
10,7	— 20,3	19,5 +	10,5
10,3	— 9,6	9 +	10,5
10,6	+ 0,7	1,5 —	10,3
10,3	+ 11,3	11,8 —	10,5
10,4	+ 21,6	22,3 —	10,4
10,8	+ 32	32,7 —	10,7
11	+ 42,8	43,4 —	11,1
12,1	+ 53,8	54,5 —	12,2
	+ 65,9	66,7 —	

Die durch schräge Linien mit einander verbundenen Zahlen geben die Ablesungen nach Einschaltung der inneren Rolle in den Telephonkreis. Die erste und die letzte Vertikalreihe der Tabelle enthalten die gegenseitige Induction in Graden der Compensatoren. Abgesehen von den vier ersten und den vier letzten Werten ergibt dieselbe vollkommene Proportionalität zwischen den Gradablesungen und der gegenseitigen Induction und für letztere den Wert 10,46° als Mittel aus 16 Einzelbeobachtungen. Für die Drehungen zwischen 35° und 70° wurden zu jedem Compensator Curven gezeichnet, die die Correction abzulesen gestatteten. Aus der eben mitgeteilten Tabelle folgen zum Beispiel die Correctionswerte:

Corr.	Comp. I	Comp. II	Corr.
+ 2,4	— 64,4	+ 63,7	— 2,5
+ 0,3	— 51,9	+ 51,4	— 0,6
— 0,8	+ 53,8	— 54,5	+ 0,7
— 2,5	+ 65,9	— 66,7	+ 2,5

Es werden bei den Angaben der Brückenablesungen und der Compensatorgrade nur die corrigirten Werte angegeben werden. Die gegenseitige Induction der beiden Rollen, die hier benutzt und die oben mit III und IV bezeichnet worden sind, war nach der Weinstein'schen Formel gleich 0,0171 Millihenry.

Es ist also 1^0 der Compensatoren gleich $\frac{0{,}0171}{10{,}46} = 0{,}00163$ Millihenry. Zwei Messungen erlaubten jetzt die Bestimmung von P_1 und P_2, den Selbstpotentialen der äusseren Compensatorrollen. Zunächst wurde die Brücke mit den Compensatoren allein abgeglichen. Es war $\frac{w_4}{w_3} = \frac{494{,}8}{505{,}2} = 0{,}9794 = a$, die Compensatorenablesung $— 4{,}34^0 = \alpha$. Hierauf wurde in den Zweig 2 der Brücke noch die Rolle III geschaltet. Nach der Abgleichung war $\frac{w_4}{w_3} = 1{,}494 = b$, $\beta = + 2{,}6^0$ auf dem Compensator. Die allgemeine Form der Gleichung unserer Schaltung ist nun

$$w_4 L_1 + (w_3 + w_4)(f_1 \alpha_1 + f_2 \alpha_2) = w_3 L_2.$$

Da f_1 und f_2 gleich sind und den Gradwert der Compensatoren bedeuten, so erhalten wir für die zwei Messungen folgende Gleichungen:

$$a P_1 + (1 + a) \alpha f = P_2$$
$$b P_1 + (1 + b) \beta f = P_2 + III.$$

Das Selbstpotential der Rolle III ist gleich 0,478. Aus Gleichung 1 und 2 ist

$$P_1 = 0{,}8815 \text{ Millihenry}$$
$$P_2 = 0{,}8494 \quad „$$

Nachdem die Rolle IV (Cap. II) in den Zweig 2 der Brücke geschaltet war, ergab eine weitere Messung

$$\gamma = — 18{,}9^0; \; c = 1{,}153.$$

Es ist daher:

$$c P_1 + (1 + c) \gamma f = P_2 + IV;$$

Hieraus ergibt die Berechnung für die Rolle IV den Wert: 0,101 Millihenry. Der berechnete Wert war 0,094. Die Differenz von 7% zeigt, dass die Berechnung der Rolle keine genügend genauen Werte ergeben hatte, da die Dimensionen der Rollen sich nicht genau genug feststellen liessen. Eine Messung der Rollen war ausgeschlossen, da die Inductionscoëfficienten zu klein sind. Es wurde daher noch eine Bestimmung der Constanten mit dem Rollenpaare V und VI, dessen durch Rechnung gefundene Grösse sich durch die Messung nach der Maxwell-Rayleigh'schen Methode bestätigen liess, vorgenommen. Dieses jedoch soll später mitgeteilt werden. Man kann jetzt die Inductionscoëfficienten von Rollen bestimmen. Soll eine gegenseitige Induction bestimmt werden, so schaltet man die eine Rolle in den Zweig 1 oder 2 der Brücke und gleicht letztere ab. Bringt man jetzt die zweite Rolle in den Telephonkreis und verschiebt die innere Compensatorrolle bis zum Verschwinden des Tones, so ist die

gesuchte gegenseitige Induction gleich der Differenz der Compensatorablesungen multiplicirt mit dem Gradwert f. Denn man erhält die Gleichungen:

$$P_1 + (1 + a)\,\alpha\,f = a\,(P_2 + R)$$
$$P_1 + (1 + a)\,(\beta\,f + M) = a\,(P_2 + R)$$
$$M = (\alpha - \beta)\,f,$$

wenn R die eine Rolle des Rollenpaares und M die gesuchte gegenseitige Induction bedeuten. Zur Controle kann die Messung auch mit Vertauschung der Rollen vorgenommen werden. M kann hier sowohl positives als auch negatives Vorzeichen annehmen, wodurch angedeutet wird, dass die Rolle im Telephonkreise im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne vom Strome durchflossen wird, wie die Rolle im Zweige 1 oder 2.

Von den vielen Messungen von Selbstpotentialen, die vorgenommen wurden, soll nur eine als Beispiel angeführt werden. Eine Rolle von 1 cm inneren Durchmesser und 10 cm Länge hat eine Lage von 242 Windungen und noch 43 Windungen in der 2. Lage von einem 0,035 cm dicken umsponnenen Drahte. Die Messung ergab, dass $\frac{w_4}{w_3} = \frac{569{,}28}{430{,}72} = 1{,}3217 = a$ und $\alpha = -54{,}4^0$ war, wobei die Rolle im Zweige 2 der Brücke eingeschaltet war. Hieraus folgt die Gleichung

$a\,P_1 + (1 + a)\,\alpha\,f = P_2 + x$ und $x = 0{,}1107$ Millihenry.

Die Messungen hatten für das Selbstpotential der Rolle

V = 92,722
VI = 38,763 Millihenry

und für das gegenseitige Potential V VI = 2,997 ergeben, wenn die Ebenen der Mittelwindungen der beiden conaxial aufgestellten Rollen einen Abstand von 44,05 cm hatten. In die Compensatoren waren die Rollen mit den grössten Windungszahlen und den Inductionscoëfficienten P_1'' und P_2'' eingesetzt worden. Zur Bestimmung des Gradwertes der Compensatoren wurde nun das gegenseitige Potential, wie oben angegeben ist, gemessen. Dasselbe war gleich $162{,}99^0$. Aus der Gleichung $M = \alpha\,f''$ folgt daher:

$$f'' = \frac{2{,}997}{162{,}99^0} = 0{,}0184 \text{ Millihenry.}$$

Dieses ist die gegenseitige Induction pro Grad der Compensatoren. Da der Gradwert der Compensatoren bekannt ist, so können wir jetzt ihre Selbstpotentiale bestimmen. Die Zweige 1 und 2 der Brücke enthielten nur die äusseren Compensatorrollen.

$$\text{Widerstandsverhältnis: } \frac{w_3}{w_4} = 0{,}9687.$$

Compensatorablesung: $\alpha = -2^0$. Hierzu wurde noch in den Zweig 1 die Rolle VI und 700 S. E. bifilaren Widerstandes geschaltet. Der Widerstand von 700 S. E. war zur Abgleichung unbedingt erforderlich wegen der Grösse des Selbstpotentials der Rolle VI. Die Ablesungen waren:

$$\frac{w_3'}{w_4'} = 5{,}3409;\ \beta = -92^0.$$

Diesen Messungen entsprechen die Gleichungen

$$P_1'' + \left(1 + \frac{w_3}{w_4}\right)\alpha f = \frac{w_3}{w_4} P_2'' \text{ und}$$

$$P_1'' + VI + J_{700} + \left(1 + \frac{w_3'}{w_4'}\right)\beta f = \frac{w_3'}{w_4'} P_2''$$

Hieraus ergibt sich durch Rechnung, wenn man das Selbstpotential der bifilaren Rolle J_{700} gegen das Selbstpotential von Rolle VI vernachlässigt

$$P_1'' = 6{,}3002 \text{ Millihenry}$$
$$P_2'' = 6{,}4292 \quad \text{„}$$

Zur Controle der Methode wurden jetzt die Rolle V und 1800 S. E. in den Zweig 1 geschaltet und die Messungen erhalten:

$$\frac{w_3''}{w_4''} = 12{,}4852;\ \gamma = -49{,}4^0$$

und zufolge der Gleichung

$$P_1'' + V + J_{1800} + \left(1 + \frac{w_3''}{w_4''}\right)\gamma f = \frac{w_3''}{w_4''} P_2''$$

erhielt man den Werth: V + 1800 S. E. = 86,219 Millihenry. Das Selbstpotential der Rolle V ist gleich 92,722. Ein so grosser Fehler musste hier erwartet werden, da zunächst ein Fehler in der Bestimmung von P_1'' und P_2'' durch Vernachlässigung von J_{700} und ein grösserer Fehler bei der Bestimmung von V durch Vernachlässigung von J_{1800} gemacht worden ist. Ferner musste unter ungünstigen Umständen, nämlich bei einem Widerstandsverhältnis von 1 : 12,5 gemessen werden. Um über die Grösse des Fehlers in den Werten von P_1'' und P_2'' Aufschluss zu erhalten und um die Werte genauer zu bestimmen, wurde noch eine weitere Messung gemacht. Der Zweig 1 enthielt die Rolle V + 200 S. E., der Zweig 2 die Rolle VI.

$$\frac{w_3}{w_4} = \frac{237{,}108}{104{,}105};\ \alpha = 48{,}62.$$

Rolle VI und die aus derselben bestimmten Werte von P_1'' und P_2'' wurden zunächst als richtig angenommen, J_{200} vernachlässigt, was hier geschehen kann, da die übrigen Selbstpotentiale mindestens 500 mal grösser sind. Die Rechnung ergab:

$$V = 93{,}698 \text{ Millihenry},$$

ein Wert, der vom wahren Werte nur um 1% abweicht. Nunmehr empfiehlt es sich, nicht die aus der Messung von VI erhaltenen Werte von P_1'' und P_2'' den weiteren Rechnungen zu Grunde zu legen, sondern die Werte von P_1'' und P_2'' neu aus der weit günstigeren Messung mit den Rollen V + 200 S. E. und VI zu bestimmen. Die Rechnungen ergaben dann:

$$P_1'' = 6{,}008,\ P_2'' = 5{,}876 \text{ Millihenry},$$

welche Werte als richtig angenommen wurden. Die Fehlergrenze der Methode ist demnach vorläufig noch höchstens 1% des Betrages. Als Beispiel für die Messung des Selbstpotentials einer beliebigen Rolle diene folgende Bestimmung einer Rolle, deren innerer Durchmesser 1 cm, deren Länge 10 cm war, und die mit 1390 Windungen eines Drahtes bewickelt war, dessen Durchmesser mit der Umspinnung 0,035 cm betrug. Es war

$$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}0929;\ \alpha = -57{,}7;$$

$$P_1'' + x + \left(1 + \frac{w_3}{w_4}\right) \alpha f'' = \frac{w_3}{w_4} P_2'';$$

Hieraus wurde nach Einsetzung von P_1'', P_2'' und f''

$$x = 2{,}635 \text{ Millihenry}.$$

Capitel 5.

Wie schon an mehreren Beispielen gezeigt wurde, ist die Messung von Rollen mit kleinen Inductionscoëfficienten bis etwa 3 Millihenry (0,003 Quadranten) mit Hülfe der Compensatoren einfach zu bewerkstelligen. Auch bis zu 30 Millihenry wird man mit Hülfe schon gemessener kleinerer Rollen keine Schwierigkeiten finden und auch wenig Zeit gebrauchen, da die Bestimmung der Constanten für ein Compensatorenpaar nur ein einziges Mal vorgenommen zu werden braucht. Sobald aber die zu messenden Selbstpotentiale gross werden im Verhältnis zur gegenseitigen Induction, die die Compensatoren besitzen, geht man der Vorteile der Methode verlustig. Um auch solche Rollen mit Leichtigkeit messen zu können, wurde der sogenannte „Inductionskasten“ hergestellt. Durch denselben wird zunächst die Messung vom Widerstand unabhängig gemacht, und dann wird die zu messende Selbstinduction durch Rollen mit Selbstinductionscoëfficienten abgeglichen, gerade so wie es bisher bei der Abgleichung von

Widerständen üblich ist. In dem Inductionskasten sind Rollen mit Selbstpotentialen, die die Grösse von 0,1, 0,2 a, 0,2 b, 0,5 — 200 Millihenry haben (in dem für die Praxis anzufertigenden Apparate würde man vielleicht bis zu 2 Henry gehen), wie zu einem Widerstandskasten zusammengestellt. Ausserdem enthält der Kasten Rollen, die mit diesen Rollen gleichen Widerstand haben, aber nur geringes Selbstpotential, da sie bifilar gewickelt sind. Man gleicht demnach, wenn der Selbstinductionscoëfficient einer beliebigen Rolle gemessen werden soll, zunächst den Widerstand derselben mit Gleichstrom so ab, dass der Schleifcontact möglichst in der Mitte des Brückendrahtes steht. Man kann jetzt auch zum ausgespannten Brückendrahte bifilar gewickelte gleiche Zuschlagwiderstände, um den Widerstand der vier Brückenzweige möglichst gleich zu erhalten, hinzuschalten, wie es durch den Versuch bestätigt wurde. Ersetzt man jetzt den constanten Strom durch intermittirenden und das Galvanometer durch ein Telephon, so kann man den zu messenden Inductionscoëfficienten im Zweige 1 compensiren durch die unifilaren Rollen des Inductionskastens im Zweige 2, indem man zugleich das Widerstandsverhältnis wahrt durch Hinzuschalten der bifilaren Rollen des Inductionskastens in den Zweig 1. Man wird so ein Tonminimum erhalten, das durch die Compensatoren vollends abgeglichen werden kann. Natürlich muss der in Zweig 2 benutzte Abgleichswiderstandskasten inbezug auf Selbstpotential geeicht sein.

Der Inductionskasten wurde in folgender Weise hergestellt: Es wurden vom Drechsler Holzrollen gedreht, die eine Nut von 10 cm Länge und 1/2 cm Tiefe hatten. Die Rollen hatten einen Durchmesser von 1 cm. Zur Bewickelung diente ein Draht, der mit Umspinnung 0,035 cm dick war und von welchem 242 Windungen in eine Lage gingen. Auf eine solche Rolle wurden nun 10 unverbundene Lagen aufgewickelt und dann der Reihe nach gemessen, indem zunächst das Selbstpotential der ersten Lage, dann der ersten plus der zweiten Lage und schliesslich aller 10 Lagen bestimmt wurde. Aus diesen Zahlen liess sich interpoliren, welche Windungszahlen den Rollen mit 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2 Millihenry entsprechen. Es hatten demnach die Rollen folgende Windungszahlen:

0,1	0,2 a	0,2 b	0,5	1	2 a
285	400	400	557	976	1336
2 b	5	10	Millihenry		
1390	2430	3446	Windungen		

Drahtdicke 0,035 cm.

Die übrigen Rollen wurden mit einem Drahte bewickelt, der 0,012 cm Durchmesser hat, und von welchem 494 Windungen eine Lage von 10 cm ausmachen.

20 a	20 b	50	100
3570	3570	7500	8488
200 u	200 v	Millihenry	
7516	10880	Windungen	

$$200\,u + 200\,v = 200.$$

Der Wert 200 Millihenry konnte auf einer Rolle nicht erzielt werden, weshalb er auf die Rollen 200 u und 200 v verteilt wurde. Es war nun allerdings nicht möglich, die Rollen genau nach ihrem Nennwert abzugleichen, und infolgedessen sind auch die bifilaren Rollen nur roh nach dem Widerstande der unifilaren abgemessen worden. Doch ist das für die Copirung des Apparates gleichgültig, da geringe Aenderungen des Durchmessers der Rollen, des Drahtmateriales und des Drahtquerschnittes einen zu grossen Einfluss auf das Selbstpotential ausüben, als dass man die Rollen nur nach diesen Maassen ohne Abgleichung des Selbstpotentiales copiren könnte. Die bifilaren Rollen haben folgende Windungszahlen:

Bif 0,1	Bif 0,2 a	Bif 0,2 b	Bif 0,5	Bif 1
285	400	400	557	976
Bif 2 a	Bif 2 b	Bif 5	Bif 10	Bif 20 a
1259	1340	2590	1784	3570
Bif 20 b	Bif 50	Bif 100		
3570	5500	7846	Windungen	

Die ersten 8 Rollen sind mit Draht von 0,035 cm Durchmesser, die übrigen mit solchem von 0,012 cm bewickelt. Während die drei ersten Rollen bifilar gewickelt wurden, erhielten die übrigen die Chaperon'sche Wickelung[1]), bei welcher nur die einzelnen benachbarten Lagen vom Strome in entgegengesetzter Richtung durchflossen werden.

Mit den Compensatorrollen, welche die geringste Windungszahl besitzen, wurden folgende Messungen gemacht:

Rolle 0,1 Millihenry

$$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}3217$$

$$\alpha = -54{,}4^0$$

[1]) Kohlrausch: Wied. Ann. XLIX, 225.

0,2 a $\frac{w_4}{w_3} = 1{,}49$ $\alpha = -62{,}7^0$
0,2 b $\frac{w_4}{w_3} = 1{,}4894$ $\alpha = -62{,}7^0$
0,5 $\frac{w_4}{w_3} = 1{,}848$ $\alpha = -55{,}2$
1 Millihenry $\frac{w_4}{w_3} = 2{,}2742$ $\alpha = -20{,}2^0$

In die Compensatoren wurden hierauf die Rollen mit den grössten Windungszahlen eingesetzt. Es soll zuerst an der Hand einer Messung die Einschaltung der Compensatoren in das Brückensystem, wenn sich, wie in unserem Falle, die Wickelungsrichtungen der inneren und äusseren Compensatorrollen nicht bestimmen lassen, mitgeteilt werden. Nachdem jeder Compensator in oben angegebener Weise auf Null eingestellt ist, werden dieselben in die Zweige 1 resp. 2 der Brücke gebracht. Comp. I zeigt nach erfolgter Abgleichung beispielsweise die Drehung $-2{,}36^0$, während beim Compensator II α_1 = Null ist. Verschiebt man jetzt die innere Rolle des Comp. I von $\alpha = -2{,}36$ bis auf $-10^0 = \beta$, so muss man bei II bis β_1 verschieben, um den Ton im Telephon zum Verschwinden zu bringen, wobei $\alpha + \alpha_1 = \beta + \beta_1 = -2{,}36^0$ sein muss. Daraus folgt $\beta_1 = +7{,}64^0$. Man muss daher den Comp. II so schalten, dass der Zeiger der inneren Rolle auf $+7{,}64$ zeigt. Jetzt nimmt man eine Rolle, deren Selbstpotential ungefähr bekannt ist. An Stelle des Compensators II wurde zum Beispiel die Rolle 1 Millihenry geschaltet. Nach der Abgleichung war $\frac{w_4}{w_3} = 0{,}05\,241 = a$, $\alpha = +44{,}6^0$. Da $P_2'' = 0$, so reducirt sich die mehrfach angeführte Gleichung auf $a\,P_1'' \pm (1 + a)\,\alpha\,f'' = 1$ Millihenry. Nimmt man das positive Vorzeichen an, so erhält man nach Einsetzung der Werte und Berechnung 1 Millihenry (nominal) = 1,1779. Würde man das negative Vorzeichen als richtig annehmen,

so würde man ein negatives Resultat erhalten. Schaltet man aber entweder die beiden inneren Compensatorrollen oder die beiden äusseren umgekehrt, wie es vorher der Fall war, so ist das negative Vorzeichen der Gleichung zu nehmen.

Nachdem die Brückenanordnung mit den Compensatoren hergestellt war, wurden die weiteren Rollen gemessen. Es ist bei allen Rollen angegeben, in welchen Zweig der Brücke sie geschaltet waren.

Zweig 1 : Rolle 2 a

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}0907$

$\alpha = -56{,}1^0$

L = 2,558 Millihenry

Zweig 1 : Rolle 2 b

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}089$

$\alpha = -57$

L = 2,583

Zweig 1 : 2 b; Zweig 2 : 5 Millihenry

$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}0365$

$\alpha = 102{,}63$

L = 6,872

Zweig 1 : 2 b; 5; Zweig 2 : 10; Bif 10.

$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}1626$

$\alpha = 106{,}6$

L = 16,338

Zweig 1 : 10; Zweig 2 : 20 a; Bif 5

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}5994$

$\alpha = 49{,}4^0$

L = 32,226

Zweig 1 : 10; Zweig 2 : 20 b; Bif 5.

$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}5813$

$\alpha = 51{,}7$

L = 31,913

Zweig 1 : 10; 20 a; 20 b; Zweig 2 : 50

$\frac{w_4}{w_3} = 0{,}7262$

$\alpha = -61{,}3$

$L = 54{,}986$

Zweig 1 : 10; 20 b; 50; Zweig 2 : 100

$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}132$

$\alpha = -55$

$L = 115{,}602$

Zweig 1 : 50; Zweig 2 : 200 u

$\frac{w_4}{w_3} = 0{,}92344$

$\alpha = 76{,}3$

$L = 53{,}147$

Zweig 1 : 50; 100; 200 u; Zweig 2 : 200 v

$\frac{w_4}{w_3} = 0{,}7361$

$\alpha = 34{,}27$

$L = 164{,}337$ Millihenry

Hierzu ist noch zu bemerken, dass die bifilaren Rollen vernachlässigt wurden und das alle Selbstpotentiale in Millihenry gerechnet sind.

Rolle 200 u und 200 v bilden zusammen die Rolle 200. Diesen Messungen schliesst sich noch eine Messung der Compensatorrolle P_1, deren Draht den grössten Querschnitt besitzt an. Die Messung ergab Zweig 1 : P_1

$$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}0538$$

$$\alpha = -23{,}63^0$$

Hieraus folgt $P_1 = 1{,}0767$. Einer im Cap. IV mitgeteilten Messung zufolge ist dann $P_2 = 1{,}0346$. Jetzt wurde in dem Compensator I die Rolle P_1'' durch die Rolle P_1 mit der zugehörigen inneren Rolle ersetzt, um den Gradwert des Compensators I mit P_1 mit dem Gradwert des Compensators II mit P_2'' zu vergleichen. Es zeigte sich, dass 30^0 bei P_1 im Mittel gleich $3{,}79^0$ bei P_2'' waren. Daher ist

$$f = \frac{3{,}79}{30} f'' = 0{,}1263\, f'' = 0{,}00232 \text{ Millihenry.}$$

Diese Werte P_1, P_2 und f können wir zur Berechnung der oben angegebenen Messungen von 0,1 bis 1 Millihenry benutzen. Die Resultate dieser Berechnungen sind mit den schon

vorher bestimmten Werten der übrigen unifilaren Rollen des Inductionskastens in der folgenden Tabelle, deren zweite Colonne die wahren Werte dieser Rollen enthält, zusammengestellt.

0,1	0,095 Millihenry
0,2 a	0,206 „
0,2 b	0,207 „
0,5	0,59 „
1	1,261 „
2 a	2,558 „
2 b	2,583 „
5	6,872 „
10	16,338 „
20 a	32,226 „
20 b	31,913 „
50	54,986 „
100	115,602 „
200	217,484 „

Die Inductionscoëfficienten der bifilaren Rollen wird man, wie leicht einzusehen ist, mit den Compensatoren nicht richtig messen können, da ihre Grösse im allgemeinen noch in der Fehlergrenze der Methode liegt. Doch sollen die Messungen noch angeführt werden.

Zweig 2 : Bif 0,1

$$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}4038$$

$$\alpha = -- 85{,}9$$

Zweig 2 : Bif 0,2 a

$$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}5025$$

$$\alpha = -- 101^0$$

Zweig 2 : Bif 0,2 b

$$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}5013$$

$$\alpha = -- 100{,}4^0$$

Zweig 1 : 0,5; Zweig 2 : 1; Bif 0,5

$\frac{w_4}{w_3} = 1{,}354$

$\alpha = -13{,}7^0$

Zweig 1 : 0,2 a; 0,2 b; 0,1; Zweig 2 : Bif 1.

$\frac{w_4}{w_3} = 0{,}9753$

$\alpha = -112{,}58^0$

Zweig 1 : Bif 2 a. Zweig 2 : Bif 0,1; Bif 0,2 a

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}4243$

$\alpha = 56{,}8^0$

Zweig 1 : Bif 2 b. Zweig 2 : Bif 0,5

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}6427$

$\alpha = 101{,}7^0$

Zweig 1 : Bif 5. Zweig 2 : Bif 1; Bif 2 a

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}2726$

$\alpha = 56{,}4$

Zweig 1 : Bif 10. Zweig 2 : Bif 0,5; Bif 1; Bif 2 a

$\frac{w_3}{w_4} = 1{,}2592$

$\alpha = 66{,}0$

In der Schaltung mit dem Inductionskasten, der jetzt beschrieben werden soll, kann man sicherlich den Wert der bifilaren Rollen neben den entsprechenden unifilaren Rollen für die meisten Zwecke vernachlässigen.

Es wurde ein Kasten aus Holz von 30 cm Länge, 18 cm Deckelbreite und mit einer Tiefe von 12 cm hergestellt. Die untere Seite des Deckels erhielt Bohrungen zum Aufnehmen der Rollen. Die Rollen wurden in der in der Fig. V angegebenen Ordnung in die Oeffnungen des Brettes, das die Deckelplatte bildet, eingeleimt, indem dafür Sorge getragen wurde, dass zwei unifilare Rollen möglichst durch eine bifilare Rolle getrennt werden. In einem für die Praxis anzufertigenden Apparate müsste diese Anordnung vollständig durchgeführt werden. — Der Versuch hatte ergeben, dass bei den hier angenommenen Entfernungen kein bemerkenswerter Einfluss der Rollen auf einander vorhanden war. — In die obere Seite des Deckels sind Quecksilbernäpfe eingebohrt, in welche

durch conische Oeffnungen von unten starke Kupferdrähte luftdicht eingeschlagen sind. An diese Kupferdrähte k (Fig. 5) sind die Enden der Drahtrollen angelötet. Die Verbindungen wurden so hergestellt, dass oben auf dem Kasten die unifilaren und die bifilaren Rollen zwischen den Quecksilbernäpfen je zweier Längsreihen geschaltet waren, wie es auch aus der Fig. 6 ersichtlich sein wird. Geeignete Drahtbügel, die in die Quecksilbernäpfe eingesetzt werden können, ermöglichen es, eine beliebige Rolle kurz zu schliessen und dieselbe dadurch auszuschalten. Bei A, B, C und D sind Klemmschrauben angebracht. Unser Inductionskasten besteht aus zwei Teilen, den unifilaren Rollen in den Reihen A und C und den bifilaren Rollen in den Reihen B und D. In der Praxis würde man anstatt der Quecksilbernäpfe kräftige Messingstöpsel nehmen. Diese Stöpsel könnten im vorliegenden Falle auch als Doppelstöpsel ausgebildet werden, indem jede unifilare Rolle mit der entsprechenden bifilaren Rolle dadurch ausgeschaltet wird, dass deren Stöpsel durch einen Hartgummistab mit einander isolirt verbunden sind. Wir erhalten jetzt für die Compensatorenanordnung mit dem Inductionskasten folgende Schaltung:

Die äusseren Rollen der Compensatoren I und II sind mit dem auf einer Holzleiste aufgespannten Brückendrahte, der die Zweige 3 und 4 der Wheatstone'schen Brücke bildet, in Verbindung. An den Compensator I schliesst sich ein Widerstandskasten mit bifilar gewickelten Rollen und an diesen der unifilare Teil A bis C des Inductionskastens. Zwischen der Klemme B des Inductionskastens, die mit den bifilaren Rollen in Verbindung ist, und der äusseren Rolle des Comp. II ist die Rolle geschaltet, deren Selbstpotential bestimmt werden soll, während C und D im Inductionskasten direkt verbunden sind. Die Stromquelle liegt im Nebenschluss zum Brückendraht und das Telephon, in Hintereinanderschaltung mit den inneren Rollen der Compensatoren, einerseits an C im Inductionskasten, andrerseits an dem Schleifcontact des Brückendrahtes. Ist nun der Zuschlagwiderstand im Zweige 1 der Brücke gleich dem Widerstand der zu messenden Rolle im Zweige 2, so kann man durch gleichzeitiges Einschalten von unifilaren Rollen in den Zweig 1 und bifilaren Rollen mit demselben Widerstand in den Zweig 2 der Brücke den Ton im Telephon nach und nach verändern und zu einem Minimum bringen. Die feinere Abgleichung geschieht dann mit der inneren Compensatorrolle und dem Schleifcontact der Brücke. Die Berechnung erfolgt gerade so, wie bei den Compensatoren allein. Ein Beispiel braucht wohl kaum angeführt zu werden, da ähnliche Messungen

schon bei der Bestimmung des Selbstpotentials der einzelnen Rollen des Inductionskastens mitgeteilt wurden. Die Methode erleidet insofern eine Beschränkung in ihrer Brauchbarkeit, als an den zu messenden Rollen keine Metallteile vorhanden sein dürfen, abgesehen von ihrer Wickelung. Es wurden verschiedene Versuche mit Metallen gemacht. Man erhielt immer nur ein Minimum im Telephon, welches, wie zu erwarten war, am störendsten bei Eisen auftrat. Ferner ist noch zu bemerken, dass man, wenn es auf grosse Genauigkeit nicht ankommt, auch mit dem Inductionskasten ohne Zuhülfenahme der Compensatoren messen kann. Ist das Widerstandsverhältnis gleich 1 gemacht, so gibt dann die unifilare Rolle im Inductionskasten direkt den Wert der zu messenden Rolle. Will man, um die Empfindlichkeit der Anordnung zu vergrössern, zu 3 und 4 der Brücke gleiche Zuschlagwiderstände schalten, so ist es ratsam, zuerst zu untersuchen, ob die Selbstpotentiale der Rollen proportional ihren Widerständen sind. Man schaltet zu diesem Zwecke in die Zweige 1 und 2 der Brücke Drähte mit geringem Widerstand (ev. bifilar gewickelt), in die Zweige 3 und 4 hingegen den Brückendraht mit seinen Zuschlagwiderständen. Lässt sich jetzt der Ton im Telephon zum Verschwinden bringen, so ist es statthaft, die Zuschlagwiderstände auch in der Schaltung mit dem Inductionskasten und den Compensatoren zu benutzen.

Es sei mir gestattet, den Herren Prof. Dr. Lommel und Assistent Dr. Fomm für ihr freundliches Entgegenkommen meinen verbindlichen Dank auszusprechen und speciell Herrn Prof. Dr. Graetz, welcher mich bei der Berechnung der Methode, beim rechnerischen Teil und im Laboratorium in äusserst zuvorkommender Weise unterstützte.

Litteraturverzeichnis.

1. L. Graetz: Eine neue Methode zur Messung von Selbstpotentialen und Inductionscoëfficienten. Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der kgl. bayer. Akad. d. Wissensch. 1893, Bd. XXIII.

2. Maxwell: Electricity and Magnetism. 1873.

3. Culmann: Eine Methode zur experimentellen Bestimmung des Selbstpotentials einer Spirale. Beiblätter IX. Bd.

4. Dorn: Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten. Siehe: Kohlrausch, praktische Physik.

5. Sumpner: Die Aenderung der Inductionscoëfficienten. 1888. Beibl. XII.

6. Klemenčič: Zur Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten einer Drahtrolle. Wied. Ann. 46, Bd. 1892.

7. Hertz: Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung. Wied. Ann. X. Bd. 1880.

8. Ayrton et Perry: Coefficient de Self-Induction et d'Induction mutuelle. La lumière électrique XXIV, 1887. Ferner Kittler: Handbuch der Elektrotechnik.

9. Hervig: Ueber Extraströme in Seiten verschiedener Dicke. Wied. Ann. VII Bd. 1879.

10. Kohlrausch: Bestimmung der Selbstinduction eines Leiters mittels inducirter Ströme. Wied. Ann. XXXI. Bd. 1887.

11. Sahulka: Bestimmung der Coëfficienten der Selbstinduction und gegenseitigen Induction. Elektrotechnische Zeitschrift XII, 1891.

12. Linde: Methode zur Bestimmung des Selbstpotentials. Beibl. XVI. Wied. Ann. 1891.

13. Oberbeck: Ueber elektrische Schwingungen mit besonderer Berücksichtigung ihrer Phasen. Wied. Ann. XVII, 1882.

14. Troje: Zur Bestimmung des Coëfficienten der Selbstinduction mit Hülfe des Elektrodynamometers. Ann. der Physik und Chemie. XLVII. Bd. 1892.

15. Von Wyss: Eine Methode zur experimentellen Bestimmung des Selbstpotentials einer Spirale. Beibl. X, Bd. 1886.

16. Puluj: Elektrotechnische Zeitschrift XII, 1891.

17. Lorenz: Ueber die Fortpflanzung der Elektricität. Wied. Ann. VII, Bd. 1879.

18. Brillouin: Comparaison des Coefficients d'Induction. Annal. écol. norm. (2) XI, 1882.

19. Oberbeck: Wied. Ann. XIX, 1883 (siehe 13).

20. Nipkow: Selbstinduction, Elektrotechnische Zeitschrift. VII. Bd. 1887.

21. Niven: Ueber einige Methoden zur Bestimmung und Vergleichung von Selbstinductionen. Beibl. X, 1886.

22. Rimington: Modification einer Methode von Maxwell zur Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten. Beibl. XII, 1887.

23. Anderson: Ueber Inductionscoëfficienten. Phil. Mag. (5) XXXI, 1891.

24. Wien: Messung der Inductionsconstanten mit dem optischen Telephon. Wied. Ann. XLIV, 1891.

25. Hughes: Researches upon the Self-Induction of an électric current. Proc. Roy. Soc. XL, 1885.

26. Heaviside: Phil. Mag. (5) 22, 1886.

27. Rayleigh: Journ. Tel. Eng. 15; 1886.

28. Weber: Rep. Phys. 22; 1886.

29. Rayleigh: Selfinduction und Widerstand verzweigter Leiter. Phil. Mag. (5) 21 und 22, 1886.

30. Carey Foster: Ueber eine Methode, den Coëfficienten der Induction zweier Spiralen aufeinander zu messen. Beibl. XI, 1886.

31. Weinstein: Zur Berechnung des Potentials von Rollen. Wied. Ann. XXI.

32. Stefan: Ueber die Berechnung der Inductionscoëfficienten von Drahtrollen. Wied. Ann. XXII.

33. Himstedt: Ueber die Bestimmung der Selbstinductionscoëfficienten von Drahtspulen. XXX. Bericht der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde zu Giessen. 1894.

34. Strouhal und Barus; Wied. Ann. X, 1880.

35. Kohlrausch: Wied. Ann. XLIX, 225.

36. Ferrini: Technologie der Elektricität und des Magnetismus p. 270, Jena 1879.

37. Wien: Das Telephon als optischer Apparat zur Strommessung. Wied. Ann. XLII, 1891.

38. Wien: Ueber einen Apparat zum Variiren der Selbstinduction. Wied. Ann. LVII, 1896.

39. Rayleigh: Proc. of Roy. Soc. 32, p. 116. 1881.

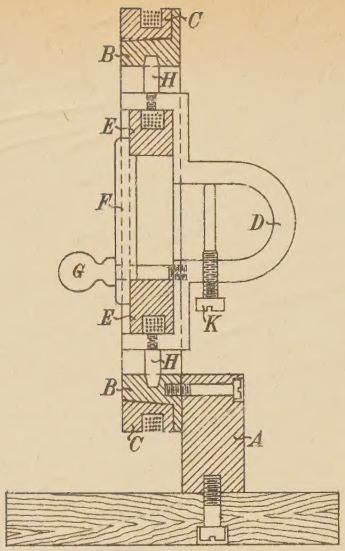

Fig. 1.

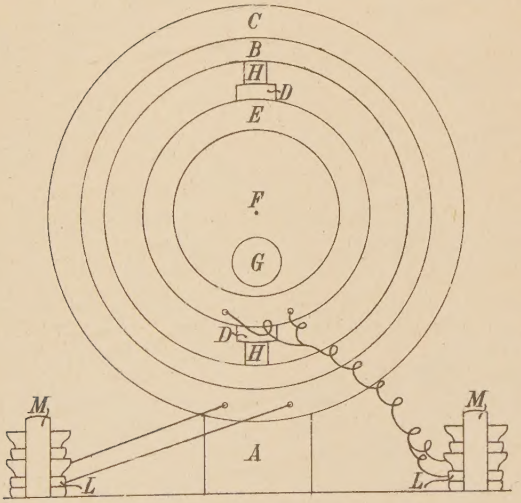

Fig. 2.

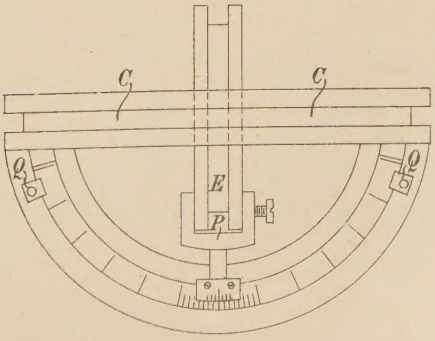

Fig. 3.

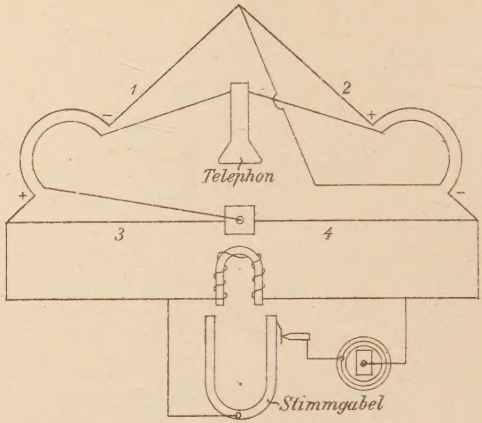

Fig. 4.

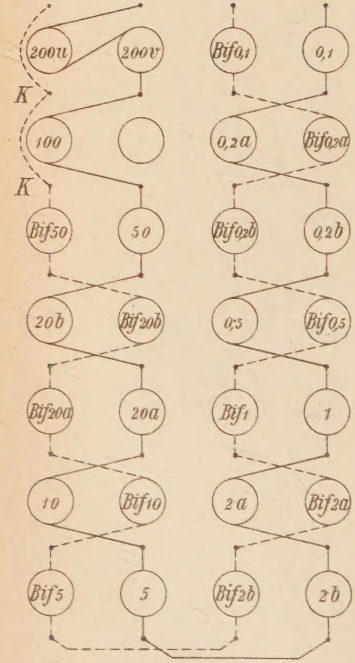

Fig. 5.

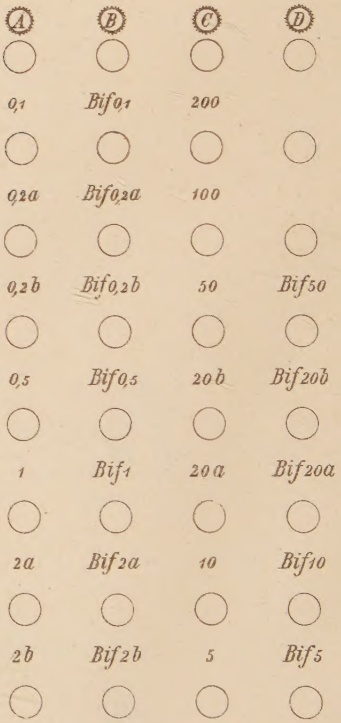

Fig. 6.